Nuoseklūs sprendimai ir dinaminis programavimas

"Vienkartinės" nuotakos uždavinys

Čia nuotaka teka tik vieną sykį.
Galimų jaunikių skaičius N.
Jaunikio gerumas ω.
Gerumų pasiskirstymas Gauso

$$p(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-1/2(\frac{\omega-\alpha_0}{\sigma_0})^2}, \qquad (66)$$

kur α_0 vidutinis gerumas,
σ_0^2 gerumo išsibarstymas.
Nuotakos įspudis s apie jaunikio gerumą
taip pat Gauso

$$p(s|\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-1/2(\frac{s-\omega}{\sigma})^2}. \qquad (67)$$

kur σ nuotakos stebėjimo paklaida.

Gerumo įvertinimas kai įspudis s

Jaunikių gerumą ω kai įspudis s nusako Bayes'o formulė

$$p(\omega|s) = \frac{p(s|\omega)p(\omega)}{\int_{-\infty}^{\infty} p(s|\omega)p(\omega)d\omega}. \tag{68}$$

Laukiamas jaunkio naudingumas kai įspudis s

$$u(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega p(\omega|s)d\omega, \tag{69}$$

kur $p(\omega)$ tikmybinis tankis.
Kai gerumai bei įspudžiai diskretūs,
integralas virsta suma

$$u(s_j) = \sum_i \omega_i P(\omega_i|s_j), \tag{70}$$

kur
$P(\omega_i|s_j)$ tikimybė, kad gerumas $\omega = \omega_i$,
kai jaunikis daro įspudį $s = s_j$.

Nuotakos sprendimo funkcija

Laukiamas naudingumas kai peršasi paskutinis N-tasis jaunikis

$$u_N(s) = u(s), \tag{71}$$

nes tekėti būtina pagal uždavinio sąlygas.
Optimalus sprendimas $d_{N-1}(s)$, kai peršasi $(N-1)$-as jaunikis, randamas pagal formules:

$$u_{N-1}(s) = \max_d(du(s) + (1-d)u_N), \tag{72}$$

$$d_{N-1}(s) = arg\max_d(du(s) + (1-d)u_N). \tag{73}$$

Analogiskai randam optimalų sprendimą kai peršasi $(N-n)$-tas jaunikis.
Taip gaunam nuotakos sprendimo funkciją kuri nurodo kritinio įspudžio s priklausomybę nuo jaunikio eilės numerio n.

"Daugkartinės" nuotakos sprendimo funkcija

Nuotaka gali tekėti ir skirtis N kartų.
Jaunikio gerumą žymėsim ω.
Skaitysim, kad nuotaka "aiškairegė",
t.y $\omega = s$.
Turimo vyro gerumą žymėsim q.
Atsisakymo tekėti kainą žymėsim $c = \tau - l$,
kur
τ laukimo nuostoliai,
l skirybų kaina.
Tada vidutinis naudingumas kai peršasi
paskutinis N-tasis jaunikis

$$u_N(\omega, q) = \max_d(d\omega + (1-d)(q_N - c_N)). \quad (74)$$

Optimalus sprendimas
priklauso nuo dviejų kintamųjų,
vyro gerumo q_N ir jaunikio gerumo ω_N:

$$d_N^* = \begin{cases} 1, & \text{if } \omega_N > q_N - c_N, \\ 0, & \text{if } \omega_N \leq q_N - c_N. \end{cases} \quad (75)$$

Maksimalus naudingumas, kai peršasi $(N-i)$-as jaunikis

Maksimalus naudingumas priklauso nuo dvieju parametrų, q ir ω.

$$u_{N-i}(\omega, q) =$$

$$\max_d(d\omega + (1-d)(u_{N-i+1}(q_{N-i+1}) - c_{N-i})).$$

Čia $u_{N-i+1}(q)$ yra laukiamas naudingumas $(N-i+1)$-mais metais,
kai turimo vyro gerumas yra q.

$$u_{N-i+1}(q) =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_{N-i+1}(\omega, q) p_{N-i+1}(\omega) d\omega. \qquad (76)$$

Sprendimo funkcija kai peršasi $(N-i)$-as jaunikis

$p_{N-i+1}(\omega)$ tai gerumo tikimybių pasiskirstymas $(N-i+1)$-mais metais.

$$q_{N-i+1} = \begin{cases} \omega_{N-i}, & \text{if } q_{N-i+1} < q^*_{N-i}, \\ q_{N-i}, & \text{if } q_{N-i+1} \geq q^*_{N-i}. \end{cases}$$

q^*_{N-i} gaunam iš lygties

$$\omega_{N-i} = u_{N-i+1}(q^*_{N-i}) - c_{N-i}. \qquad (77)$$

Optimalus sprendinys $(N-i)$-ais metais

$$d^*_{N-i} =$$

$$\begin{cases} 1, & \text{if } \omega_{N-i} > u_{N-i+1}(q_N - i + 1) - c_{N-i}, \\ 0, & \text{if } \omega_{N-i} \leq u_{N-i+1}(q_{N-i+1}) - c_{N-i}. \end{cases}$$

Čia sprendimo funkcijos d^*_{N-i} priklauso nuo dviejų kintamųjų ω, q.

Tai sunkina skaičiavimus ir grafinį atvaizdavimą